

## Laboratoire 5

### Résolution de systèmes d'équations linéaires par des méthodes simples

#### Aplicatia 1.

Résoudre le système d'équations linéaires suivant.

$$\begin{cases} 0.3x_1 + 0.52x_2 + x_3 = -0.01 \\ 0.5x_1 + x_2 + 1.9x_3 = 0.67 \\ 0.1x_1 + 0.3x_2 + 0.5x_3 = -0.44 \end{cases}$$

- a) avec le regle de Cramer
- b) en utilisant le commandes de matlab

$$A = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,52 & 1 \\ 0,5 & 1 & 1,9 \\ 0,1 & 0,3 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Trouver le determinant:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,52 & 1 \\ 0,5 & 1 & 1,9 \\ 0,1 & 0,3 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,3 \times 1 \times 0,5 - 0,3 \times 1,9 \times 0,3 - 0,52 \times (0,5 \times 0,5 - 1,9 \times 0,1) + \\ + 0,52 \times 1 \times (0,5 \times 0,3 - 1 \times 0,1) = -0,0022$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -0,01 & 0,52 & 1 \\ 0,67 & 1 & 1,9 \\ -0,44 & 0,3 & 0,5 \end{vmatrix} = -0,01 \times (1 \times 0,5 - 0,3 \times 1,9) - 0,52 \times (0,67 \times 0,5 + 0,44 \times 1,9) + \\ + 1 \times (0,67 \times 0,3 + 1 \times 0,44) = 0,03278$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{0,03278}{-0,0022} = -14,9$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0,0649}{-0,0022} = -29,5$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-0,04356}{-0,0022} = 19,8$$

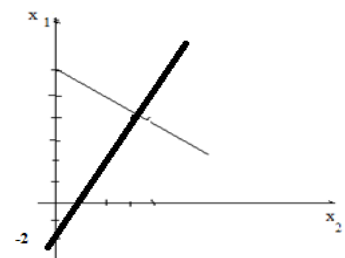
#### Applicatia 2.

Résoudre graphiquement et en éliminant les inconnues:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 18 \\ -x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_1 = -\left(\frac{2}{3}\right) \cdot x_2 + 6$$

$$x_1 = -\left(\frac{2}{3}\right) \cdot x_2 + 6$$



La solution du système est donnée par les coordonnées du point

d'intersection des deux droites

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 3$$

Verificare:

$$34 + 23 = 18$$

$$-4 + 23 = 2$$

Résoudre le système d'équations en utilisant le élimination gaussienne.

$$\begin{cases} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0.1 & 7 & -0.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.85 \\ -19.3 \\ 71.4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & \vdots & 7.85 \\ 0.1 & 7 & -0.3 & \vdots & -19.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 & \vdots & 71.4 \end{bmatrix}$$

1. Élimination
2. Substitution

1. Le objectif de l'élimination est de transformer la matrice de coefficients dans une matrice triangulaire supérieure

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & \vdots & 7.85 \\ 0.1 & 7 & -0.3 & \vdots & -19.3 \\ 0.3 & -0.2 & 10 & \vdots & 71.4 \end{bmatrix}$$

Divisez l'équation 1 à 3 et multipliez par 0.1

Soustraire de l'équation 2

$$\begin{array}{r} [0.1 \quad -1 \quad -0.2/0.1 \quad \vdots \quad 7.85/0.1] \\ -[0.1 \quad 7 \quad -0.3 \quad \vdots \quad -19.3] \\ \hline [0 \quad 7.00333 \quad -0.293333 \quad \vdots \quad -19.5617] \end{array}$$

Les résultats suivants sont obtenus:

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & \vdots & 7.85 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 & \vdots & -19.5617 \\ 0.3 & -0.2 & 10 & \vdots & 71.4 \end{bmatrix}$$

Divisez l'équation 1 à 3 et multipliez par 0.3

Soustraire de l'équation 3

$$\begin{array}{r} [0.3 \quad -0.1 \cdot 0.3/3 \quad -0.2 \cdot 0.3/3 \quad \vdots \quad 7.85 \cdot 0.3/3] \\ -[0.3 \quad -0.2 \quad 10 \quad \vdots \quad 71.4] \\ \hline [0 \quad 0.19 \quad -10.02 \quad \vdots \quad -70.615] \end{array}$$

Il est obtenu

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & \vdots & 7.85 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 & \vdots & -19.5617 \\ 0 & 0.19 & -10.02 & \vdots & -70.615 \end{bmatrix}$$

Divisez l'équation 2 en 7.00333 et multiplie par -0.2  
Soustraire de l'équation 3

$$\begin{array}{r} [0 \quad -0.2 \quad -4.76 \quad : \quad 335.968] \\ -[0 \quad -0.2 \quad -5.46 \quad : \quad -336.728] \\ \hline [0 \quad 0 \quad 0.7 \quad : \quad 0.76] \end{array}$$

Il est obtenu

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & : & 7.85 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 & : & -19.5617 \\ 0 & 0 & 10.0120 & : & 70.0843 \end{bmatrix}$$

### 1. Substitution

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 & : & 7.85 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 & : & -19.5617 \\ 0 & 0 & 10.0120 & : & 70.0843 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 \\ 0 & 0 & 10.0120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.85 \\ -19.5617 \\ 70.0843 \end{bmatrix}$$

$$10.0120a_3 = 70.0843$$

$$a_3 = \frac{70.0843}{10.0120}$$

$$a_3 = 7.00003$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 \\ 0 & 0 & 10.0120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.85 \\ -19.5617 \\ 70.0843 \end{bmatrix}$$

$$7.00333a_2 - 0.293333a_3 = -19.5617$$

$$a_2 = \frac{0.293333a_3 - 19.5617}{7.00333}$$

$$a_2 = -2.50000$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -0.1 & -0.2 \\ 0 & 7.00333 & -0.293333 \\ 0 & 0 & 10.0120 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.85 \\ -19.5617 \\ 70.0843 \end{bmatrix}$$

$$3a_1 - 0.1a_2 - 0.2a_3 = 70.0843$$

$$a_1 = \frac{70.0843 + 0.1a_2 + 0.2a_3}{3}$$

$$= 3.00000$$

% RÉSOUDRE PAR LA RÈGLE DE CRAMER:

```
%0.3 x1 + 0.52 x2 + x3=-0.01
%0.5 x1 + x2 + 1.9 x3= 0.67
%0.1 x1 + 0.30 x2 + 0.5 x3=-0.44
```

% La matrice des coefficients et la matrice associée à chaque inconnue  
% sont construites

A=[...]

A1=

A2=

A3=

x1=det(A1)/det(A)

x2=det(A2)/det(A)

x3=det(A3)/det(A)

% RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT ET PAR L'ÉLIMINATION DES INCONNUES

%  $3x_1 + 2x_2 = 18$

%  $-x_1 + 2x_2 = 2$

x1=-10:10;

x2=

xx2=

plot(x1,x2,x1,xx2)

grid

zoom

% RÉSOUDRE LE SYSTÈME D'ÉQUATION PAR MÉTHODE NAIVE

%D'ÉLIMINATION DE GAUSS

%  $3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85$

%  $0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = -19.3$

%  $0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4$

I1=[3 -0.1 -0.2 7.85];

I2=[0.1 7 -0.3 -19.3];

I3=[0.3 -0.2 10 71.4];

AC=[I1; I2; I3];

%pause

I2=I2-I1\*I2(1)/I1(1);

I3=I3-I1\*I3(1)/I1(1);

AC=[I1;I2;I3]

%pause

I3=I3-I2\*I3(2)/I2(2);

AC=[I1;I2;I3]

%pause

x3=I3(4)/I3(3)

x2=(I2(4)-I2(3)\*x3)/I2(2)

x1=(I1(4)-I1(3)\*x3-I1(2)\*x2)/I1(1)

% RÉSOUDRE DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS (DÉFAUT!)

%  $x_1 + 2x_2 = 10$  si  $x_1 + 2x_2 = 10$

% 1.1  $x_1 + 2x_2 = 10.4$       1.05  $x_1 + 2x_2 = 10.4$

### DEVOIR

Étant donné l'ensemble d'équations suivant:

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -47 \\ 4x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 64 \\ 12x_1 - x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

Trouver les solutions de ce système en utilisant **l'élimination Gauss**