Laboratoire 6

Aplication 1

Considérant l'équation:

$$\begin{cases} 11x_1 - 9x_2 = 99 \\ 11x_1 + 13x_2 = 286 \end{cases}$$

Résoudre ce système d'équations par la méthode de Gauss-Seidel, pour les équations dans cet ordre dans le système et respectivement pour le cas où l'ordre est inversé. Pour discuter de la convergence de la méthode.
Solution:

x1=99/11+9/11*x2;
x2=286/13-11/13*x1;
x1=0; x2=0;

Iteratia 1

x2=0

x1=99/11=9

x2=286/13-(11/13)*9=14.384

Iteratia2

x2=14.384

x1=99/11+(9/11)*14.384=20.768

x2=286/13-(11/13)*20.768=4.427

$$\varepsilon_1 = \left|\frac{20.768 - 9}{20.768}\right| 100 = 56.66\%$$

Aplication 2

Pour calculer en utilisant la méthode de Gauss-Seidel, sans relaxation ($\lambda = 1$) et avec relaxation ($\lambda = 0.9$), et avec une erreur maximale admissible de $5e^{-5}$, le prochain système d'équation:

$$\begin{cases} -5x_1 \quad + 12x_3 = -60 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 6x_1 + 8x_2 \quad = 45 \end{cases}$$

***Indicaţie*: On observe que la dernière équation a l'élément sur la diagonale égal à 0, donc les 2 dernières équations seront pivotées. Pour que A (i, i) soit majeur, les équations 1 et 3 pivotent à nouveau**

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 6x_1 + 8x_2 = 45 \\ -5x_1 + 12x_3 = -60 \end{cases}$$

Aleg $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

$$x_1 = \frac{-2 + x_2 - x_3}{4}$$
$$x_2 = \frac{45 - 6x_1}{8}$$
$$x_3 = \frac{-60 + 5x_1}{12}$$

<u>Iteration1</u>

$$x_2 = x_3 = 0$$
$$x_1 = \frac{-2+0-0}{4} = -0.5$$
$$x_1 = -0.5$$
$$x_3 = 0$$
$$x_2 = \frac{45-6(-0.5)}{8} = 6$$
$$x_1 = -0.5$$
$$x_3 = 6$$
$$x_3 = \frac{-60+5(-0.5)}{12} = -5.208$$

<u>Iteration 2</u>

$$x_2 = 6$$
$$x_3 = -5.208$$
$$x_1 = \frac{-2+6+5.208}{4} = 2.302$$
$$\varepsilon_r = \left|\frac{2.302 - x_r}{x_r}\right| 100 = \ldots$$
$$\varepsilon_1 = \left|\frac{2.302-(-0.5)}{2.302}\right| 100 = 121.72\%$$

$$x_1 = 2.302$$
$$x_3 = -5.208$$
$$x_2 = \frac{45-6(2.302)}{8} = 3.8985$$
$$x_1 = 2.302$$
$$x_2 = 3.8985$$
$$x_3 = \frac{-60+5\cdot 2.302}{12} = -4.040$$

Améliorer la convergence en utilisant la relaxation peut se faire comme suit: après avoir itéré chaque inconnu, il est recalculé en utilisant un facteur de relaxation λ :

$$x_i^{nou} = \lambda\, x_i^{nou} + (1-\lambda)\, x_i^{vechi}$$

- Si $0 \le \lambda \le 1$, le calcul est avec sous-relaxation - utilisé pour faire converger un système non convergent
- SI $1 \le \lambda \le 2$: le calcul est une relaxation excessive - utilisé pour accélérer la convergence d'un système déjà convergé

Résolution de systèmes d'équations linéaires par des méthodes itératives

```
%CRITÈRE DE CONVERGENCE POUR LA MÉTHODE DE GAUSS-SEIDEL
clear all
clf
% Se consideră ecuaţiile:
% 11x1-9x2=99
% 11x1+13x2=286

x1=-5:30;
x2=286/13-11/13*x1;
x22=-99/9+11/9*x1;
subplot(2,1,1); plot(x1,x2,'r',x1,x22,'g'); grid; hold on
subplot(2,1,2); plot(x1,x2,'r',x1,x22,'g'); grid; hold on

x1=0; x2=0;
subplot(2,1,1); plot(x1,x2,'co')
subplot(2,1,2); plot(x1,x2,'c*')

disp('Porneşte iteraţia')
pause
N=0;
epsi=1;
        while abs(epsi)>0.01
                x1old=x1; x2old=x2;
                N=N+1
                x1=99/11+9/11*x2;
                x2=286/13-11/13*x1;
                        subplot(2,1,1)
                        plot(x1,x2,'o')
                [x1 x2];
                epsi1=abs(x1-x1old)/x1; epsi2=abs(x2-x2old)/x2;
        epsi=max(epsi1,epsi2);
        pause
        end
[x1 x2]

disp('Reverse the order of equations and press a key')
pause
x1=0; x2=0;
epsi=1
N=0
while abs(epsi)>0.01
        x1old=x1; x2old=x2;
        N=N+1
        x1=286/11-13/11*x2;
        x2=-99/9+11/9*x1;
                subplot(2,1,2)
                plot(x1,x2,'*')
        [x1 x2];
        epsi1=abs(x1-x1old)/x1; epsi2=abs(x2-x2old)/x2;
        epsi=max(epsi1,epsi2);
        disp('Press Ctrl + C to finish the program')
  pause
end
```

```
% PROCÉDÉ DE RELAXATION DE L'ALGORITHME DE GAUSS-SEIDEL

% Il est considéré comme un système de 3 équations linéaires pour lesquelles:
A=[-5 0 12;4 -1 1;6 8 0];
C=[-60;-2;45];
% Notez que la dernière équation a l'élément sur la diagonale = 0
% Les deux dernières équations sont pivotées:
A=[-5 0 12;6 8 0; 4 -1 1];
C=[-60;45;-2];
% Les équations telles que A (i, i) sont à nouveau majeures pivotent
A=[4 -1 1;6 8 0;-5 0 12];
C=[-2;45;-60];
X=[0;0;0];                % la valeur proposée pour démarrer l'itération
er_adm=5e-5;              % erreur admisible
epsilon=1;                % il commence par une valeur> er_adm

% sans relaxation: lambda = 1
disp('== Rezolvarea sistemului fără relaxare ==')
N=0;
while epsilon > er_adm,
  XX=X;                                                              %
X_vechi
  X(1)=(C(1)-A(1,2)*X(2)-A(1,3)*X(3))/A(1,1);
  X(2)=(C(2)-A(2,1)*X(1)-A(2,3)*X(3))/A(2,2);
  X(3)=(C(3)-A(3,1)*X(1)-A(3,2)*X(2))/A(3,3);
  epsilon=max((X-XX)./X);
  N=N+1;
end
N
X
epsilon

% avec sous-relaxation: lambda <1
disp('=== Rezolvarea sistemului cu relaxare ==')
disp('press any key to continue the program')
pause

la=0.9; X=[0;0;0]; epsilon=1;
N=0;
while epsilon > er_adm,
  XX=X;                                                          %
X_vechi
  X(1)=(C(1)-A(1,2)*X(2)-A(1,3)*X(3))/A(1,1);
              X(1)=la*X(1)+(1-la)*XX(1);
  X(2)=(C(2)-A(2,1)*X(1)-A(2,3)*X(3))/A(2,2);
              X(2)=la*X(2)+(1-la)*XX(2);
  X(3)=(C(3)-A(3,1)*X(1)-A(3,2)*X(2))/A(3,3);
              X(3)=la*X(3)+(1-la)*XX(3);
  epsilon=max((X-XX)./X);
  N=N+1;
end
N
X
epsilon
```

Devoirs
Résoudre le système d'équations suivant

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - x_3 = 40 \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -28 \\ x_1 - 2x_2 + 12x_3 = -86 \end{cases}$$

en utilisant

a) le métode Gauss-Seidel

b) metod Jacobi

et une erreur admise de 5%

Resoundre sur papier,
faire une photo et l'ajouter au pdf